REDE NORTE

PROVA DE AVALIAÇÃO DE CONHECIMENTOS – 2024

MATEMÁTICA

Versão A

Alínea c) do n.º 1 do artigo 13.º-C do Decreto-Lei n.º 113/2014, de 16 de julho, republicado pelo Decreto-Lei n.º 11/2020, de 2 de abril.

Duração total da Prova: 120 minutos (Português + Matemática).

Tolerância: 30 minutos

6 Páginas

Para cada resposta, identifique o item a que corresponde.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

É permitido o uso de calculadora científica.

Não é permitido o uso de corretor.

Risque o que pretende que não seja classificado.

A cotação de cada item é de 5 pontos.

O enunciado da prova inclui um formulário.

Nas respostas aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Utilize folhas diferentes para responder à parte geral de português e à parte específica de matemática.

Formulário

Probabilidades

X é uma variável aleatória discreta, de valores x_i com probabilidades p_i, $1 \leq i \leq n$

- Média de X
  $\mu = p_1 x_1 + p_1 x_2 + \cdots + p_n x_n$
- Desvio padrão de X
  $\sigma = \sqrt{p_1(x_1 - \mu)^2 + p_2(x_2 - \mu)^2 + \cdots + p_n(x_n - \mu)^2}$

Probabilidade condicionada de A sabendo que ocorreu B

- $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

Estatística

Sendo x_i valores observados e dimensão da amostra N

- Média
  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_N}{N}$
- Variância
  $s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_N - \bar{x})^2}{N-1}$
- Desvio padrão
  $s = \sqrt{s^2}$

Derivadas

- $tmv_{[a,b]} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$
- $f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$
- $(u + v)' = u' + v'$
- $(u \times v)' = u' \times v + u \times v'$
- $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \times v - u \times v'}{v^2}$
- $(u^n)' = n \times u^{n-1} \times u' \quad (n \in \mathbb{R})$
- $(sen\ u)' = u' \times cos\ u$
- $(cos\ u)' = -u' \times sen\ u$
- $(tg\ u)' = \frac{u'}{cos^2 u}$
- $(e^u)' = u' \times e^u$
- $(a^u)' = u' \times a^u \times ln\ a \quad (a \in \mathbb{R}^+ \backslash \{1\})$
- $(ln\ u)' = \frac{u'}{u}$
- $(log_a u)' = \frac{u'}{u \times ln\ a} \quad (a \in \mathbb{R}^+ \backslash \{1\})$

Modelos de funções de crescimento

Um modelo de crescimento exponencial é definido por uma função do tipo

- $f(x) = a \times b^x, b > 1$

Um modelo de decrescimento exponencial é definido por uma função do tipo

- $f(x) = a \times b^x, 0 < b < 1$

O modelo logístico é uma função do tipo

- $f(x) = \frac{c}{1+a \times e^{-bx}}, a, b, c \in \mathbb{R}^+$

Regras operatórias das potências e dos logaritmos

Sejam $a \neq 0$ e $b \neq 0$:

- $a^n \times a^m = a^{n+m}$
- $a^n \times b^n = (a \times b)^n$
- $a^n : a^m = a^{n-m}$
- $a^n : b^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
- $(a^n)^m = a^{n \times m}$
- $a^0 = 1$
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m},\ a \in \mathbb{R}^+, m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}$

Sejam $p \in \mathbb{R}, x, y \in \mathbb{R}^+$ e $a, b \in \mathbb{R}^+ \backslash \{1\}$:

- $\log_a x = y \Leftrightarrow a^y = x$
- $\log_a (x \times y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^p = p \times \log_a x$
- $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$

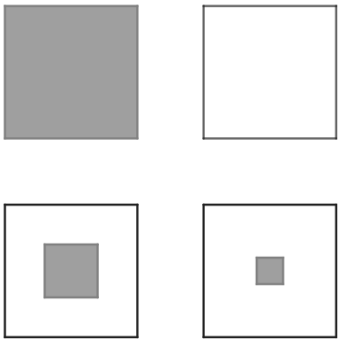
Trigonometria

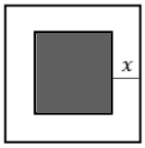
- Fórmula fundamental da trigonometria: $\text{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$
- $1 + \frac{1}{tg^2 x} = \frac{1}{sen^2 x}$
- $1 + tg^2 x = \frac{1}{cos^2 x}$
- $tg\ x = \frac{sen\ x}{cos\ x}$
- $sen\ x = sen\ \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + 2k\pi \vee x = \pi - \alpha + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- $cos\ x = cos\ \alpha \Leftrightarrow x = \pm\alpha + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- $tg\ x = tg\ \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Álgebra

- $ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, a \neq 0$

1. Uma fábrica de cerâmica tem uma linha de produção que se destina a produzir azulejos de parede de formato quadrangular, de lado 10 *cm*. De acordo com a imagem apresentada, representando parte dos azulejos produzidos, estes podem ser completamente coloridos, completamente brancos ou variar consoante as dimensões do quadrado colorido interior.
Considere x a distância, em *cm*, entre o lado do azulejo e o lado do quadrado colorido interior:





1.1. A medida do lado do quadrado colorido interior é dada pela expressão:

(A) $10-2x$ **(B)** x **(C)** 10 **(D)** $10-x$

1.2. A área da parte branca de cada azulejo, em função da medida x, é dada pela expressão $A(x)=-4x^2+40x$.

1.2.1. O domínio da função A, no contexto da situação, é:

(A) $D_A=\mathrm{IR}$ **(B)** $D_A=[0,+\infty[$ **(C)** $D_A=[0,10]$ **(D)** $D_A=[0,5]$

1.2.2. A imagem, por A, do objeto 4 é:

(A) 224 **(B)** 96 **(C)** 4 **(D)** $0{,}1$

1.2.3. Para que valores de x a área da parte branca do azulejo é igual a $36\ cm^2$?

(A) 1 e 9 **(B)** 1

(C) 9 **(D)** Nenhum valor de x

1.3. Considere a função C que permite obter a área do quadrado colorido interior, cuja expressão é $C(x)=100+4x^2-40x$. Pode-se afirmar que:

(A) $C(x)=-A(x)+100$ **(B)** $C(x)=-A(x+100)$

(C) $C(x)=A(x+100)$ **(D)** $C(x)=A(x)+100$

2. A receita de uma empresa (em milhares de euros) ao longo de t anos pode ser representada por

$$R(t)=-2t^3+15t^2+150t+500,\quad 0\le t\le 10\ .$$

A taxa de variação média da receita da empresa entre o 2º e o 5º ano é:

(A) -177 **(B)** 177 **(C)** 231 **(D)** -231

3. Considere a função f, derivável em $\mathbb{R}$, cuja função derivada é definida por:

$$f'(x)=-6(x-1)(x-2).$$

3.1. Pode-se afirmar que f:

(A) tem um máximo em $x = 1$ **(B)** tem um mínimo em $x = 2$ **(C)** tem um mínimo em $x = 1$ **(D)** não tem extremos

3.2. Pode-se afirmar que f é crescente em:

(A) $]1,2[$ **(B)** $]-\infty, 1[$ **(C)** $]2, +\infty[$ **(D)** $\mathbb{R}^+$

3.3. A reta tangente ao gráfico de f no ponto $T(3, -6)$ tem equação:

(A) $y = -12x + 30$ **(B)** $y = 12x - 42$ **(C)** $y = 6x - 42$ **(D)** $y = -6x + 12$

4. Considere a função g definida por $g(x) = \ln(ex)$. Qual dos seguintes pontos pertence ao gráfico de g?

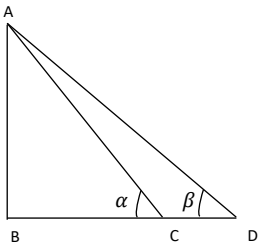
(A) $\left(0, \frac{1}{e}\right)$ **(B)** $\left(\frac{1}{e}, 0\right)$ **(C)** $y = (e, 0)$ **(D)** $(0, e)$

5. Relativamente à função g, definida por $g(x) = \log_2 x$. Pode-se afirmar que:

(A) tem dois zeros **(B)** é crescente **(C)** não tem zeros **(D)** é não monótona

6. Com os dados apresentados na figura, sabendo que o ângulo ABD é reto, $\cos\alpha = \frac{3}{5}$, $tg\,\beta = \frac{8}{15}$ e $\overline{AC} = 10$, o comprimento do segmento $[CD]$ é:

(A) 15 **(B)** 17 **(C)** 8 **(D)** 9



7. Se $\log_x 8 = \log_y 100$, uma solução da equação pode ser:

(A) $x = 3$ e $y = 10$ **(B)** $x = 8$ e $y = 100$ **(C)** $x = 10$ e $y = 3$ **(D)** $x = 2$ e $y = 10$

8. De um ângulo agudo x, sabe-se que $tg\,x = \sqrt{3}$. A opção correta é:

(A) $\cos x = 3$ e $sen\,x = \sqrt{3}$ **(B)** $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ e $sen\,x = \frac{1}{2}$

(C) $\cos x = \frac{1}{2}$ e $sen\,x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ **(D)** $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ e $sen\,x = \frac{3}{2}$

9. Considere a seguinte tabela de distribuição de probabilidade de uma variável aleatória X:

x_i	1	2	3	4	5
$P(X = x_i)$	0,3	$4a$	0,1	a	a

Sabendo que a é um número real, qual o valor de $P(X = 4)$?

(A) 0,1 **(B)** 0,2 **(C)** 0,3 **(D)** 0,4

10. Seja S o espaço de resultados associado a uma determinada experiência aleatória. Sejam $A, B \subset S$ dois acontecimentos. Sabe-se que,

    $P(\bar{A}) = 0{,}80$

    $P(A \cup \bar{B}) = 0{,}30$

    $P(A \cap \bar{B}) = 0{,}05$

    Qual o valor de $P(B)$?

    (A) 0,75 **(B)** 0,80 **(C)** 0,85 **(D)** 0,90

11. Sejam A e B dois acontecimentos de uma dada experiência aleatória. Sabendo que $P(B) \neq 0$, a probabilidade condicionada $P(A \cup B|B)$ é igual a:

    (A) $P(A)$ **(B)** $P(B)$ **(C)** 0 **(D)** 1

12. Selecionou-se ao acaso uma letra da palavra PERPLEXO. Sejam E e V os seguintes acontecimentos:
    E: a letra selecionada é a letra E
    V: a letra selecionada é uma vogal
    Quais os valores de $P(E \cap V)$ e de $P(E|V)$?

    (A) $P(E \cap V) = 1/4$ e $P(E|V) = 1/2$ **(B)** $P(E \cap V) = 3/8$ e $P(E|V) = 2/3$

    (C) $P(E \cap V) = 3/8$ e $P(E|V) = 1/2$ **(D)** $P(E \cap V) = 1/4$ e $P(E|V) = 2/3$

13. Uma caixa contém 4 bolas numeradas de 1 a 4. Retiraram-se 2 bolas sem reposição. Seja X a variável aleatória que representa o maior dos números das duas bolas extraídas. A função de probabilidade de X é:

    (A)

x_i	2	3	4
$P(X = x_i)$	1/6	1/3	1/2

    (B)

x_i	2	3	4
$P(X = x_i)$	1/2	1/3	1/6

    (C)

x_i	2	3	4
$P(X = x_i)$	1/4	1/4	1/2

    (D)

x_i	2	3	4
$P(X = x_i)$	1/2	1/6	1/4

14. Num determinado dia, num centro de saúde, registou-se o peso de 7 crianças com 6 meses de idade. Os pesos obtidos encontram-se na tabela seguinte:

Peso (em Kg)	6,5	6,9	6,6	6,9	6,8	6,4	6,8

    Qual o valor da média e do desvio-padrão dos pesos?

    (A) Média $= 6{,}6$; Desvio-padrão $= 0{,}3$ **(B)** Média $= 6{,}6$; Desvio-padrão $= 0{,}2$
    (C) Média $= 6{,}7$; Desvio-padrão $= 0{,}3$ **(D)** Média $= 6{,}7$; Desvio-padrão $= 0{,}2$