



Instituto Politécnico de Viana do Castelo  
Escola Superior  
de Tecnologia  
e Gestão

---

## AVALIAÇÃO DA CAPACIDADE PARA A FREQUÊNCIA DE CURSO SUPERIOR - 1º CICLO DE ESTUDOS

---

### PROVA ESPECÍFICA DE CONHECIMENTOS E COMPETÊNCIAS: CULTURA MATEMÁTICA

---

ESTG – IPVC

---

Duração da Prova: 1h45. Tolerância: 15 minutos

---

24 de maio de 2023

5 páginas

---

#### INSTRUÇÕES

Identifique com o seu nome e número do Cartão do Cidadão todas as folhas de resposta.

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta, exceto nas respostas que impliquem construções, desenhos ou outras representações, que podem ser primeiramente feitos a lápis e a seguir passados a tinta.

É permitido o uso de régua e de calculadora elementar (não alfanumérica e não programável).

Não é permitido o uso de corretor. Deve riscar aquilo que pretende que não seja classificado. Para cada resposta, identifique o grupo e o item.

Em todas as respostas, indique todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Apresente as suas respostas de forma legível.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

A prova é constituída por 4 grupos cada um com uma cotação de 5 valores. No grupo 4 tem duas questões opcionais (A ou B). Assinale de forma clara qual a questão escolhida.

---

## GRUPO I

1. O conjunto de dados fornecido apresenta características de 12 pacientes com cisto no pâncreas:

| PACIENTE | GÉNERO | IDADE (ANOS) | TAMANHO DO CISTO (CM) | LOCALIZAÇÃO DO CISTO NO PÂNCREAS |
|----------|--------|--------------|-----------------------|----------------------------------|
| 1        | M      | 61           | 6.6                   | CORPO                            |
| 2        | F      | 49           | 4                     | CABEÇA                           |
| 3        | M      | 80           | 3.1                   | CAUDA                            |
| 4        | M      | 72           | 2.3                   | CABEÇA                           |
| 5        | M      | 47           | 10.5                  | CABEÇA                           |
| 6        | F      | 48           | 6.5                   | CORPO                            |
| 7        | F      | 37           | 13                    | CORPO                            |
| 8        | M      | 71           | 1                     | COLO                             |
| 9        | M      | 74           | 7                     | CABEÇA                           |
| 10       | F      | 21           | 12                    | CORPO                            |
| 11       | F      | 45           | 8.5                   | CORPO                            |
| 12       | M      | 38           | 10                    | COLO                             |

Apresente todos os resultados com três casas decimais.

- 1.1 Construa uma tabela e um gráfico de distribuição de frequências para a localização do cisto no pâncreas dos pacientes.
- 1.2 Existe alguma relação entre o sexo e a localização do cisto? Justifique.
- 1.3 Calcule a média e o desvio padrão para o tamanho dos cistos.
- 1.4 Que percentagem de pacientes têm menos de 45 anos de idade? Justifique.
- 1.5 Considerando a idade dos pacientes, calcule a mediana. Como interpreta este resultado.
- 1.6 Suponhamos que se selecionou ao acaso um paciente.
  - 1.6.1. Indique, justificando, o valor lógico da afirmação: “A probabilidade de ser do sexo feminino é de aproximadamente 42%”.
  - 1.6.2. Determine a probabilidade de ter cisto na cabeça do pâncreas, sabendo que é homem.

## GRUPO II

1. Após várias experiências em laboratórios, observou-se que a concentração de certo antibiótico, no sangue de cobaias, varia de acordo com a função  $f(t) = 12t - 2t^2$ , em que  $t$  é o tempo decorrido, em horas, após a ingestão do antibiótico.
  - 1.1 Qual é o tempo necessário para atingir o nível máximo de concentração desse antibiótico no sangue dessas cobaias? Justifique.
  - 1.2 Determine o(s) zero(s) da função  $f(t)$ . Como interpreta este resultado no contexto do problema.
  - 1.3 Indique, justificando, o domínio o contradomínio da função  $f(t)$ , no contexto do problema.
  - 1.4 Determine o conjunto solução da inequação  $f(t) \leq 0$ .

2. Considere a função  $f$  representada na Figura 1.

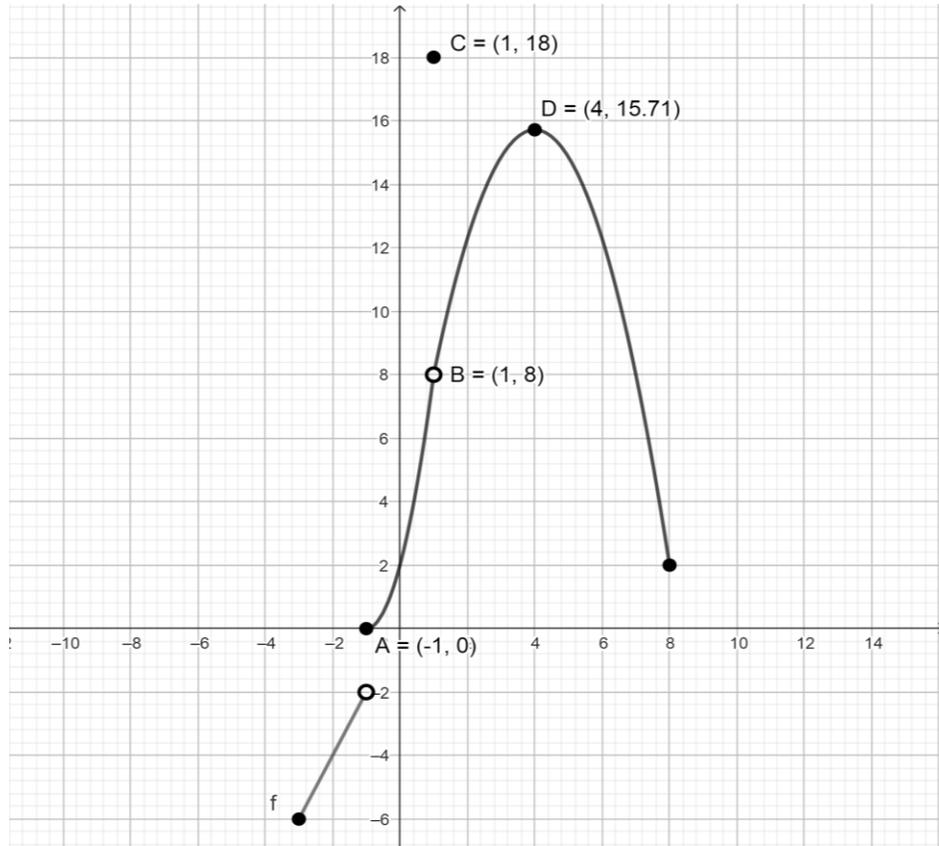


Figura 1: Representação gráfica da função  $f$

2.1 Das seguintes quatro expressões analíticas, indique a que representa a função  $f$  em  $x \in [-1, 1]$ :

$f(x) = \begin{cases} 4x + 4, & -1 \leq x < 1 \\ 18, & x = 1 \end{cases}$

$f(x) = 2x^2 + 4x + 2, -1 \leq x \leq 1$

$f(x) = 4x + 4, -1 \leq x \leq 1$

$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 4x + 2, & -1 \leq x < 1 \\ 18, & x = 1 \end{cases}$

2.2 Determine o domínio e o contradomínio da função  $f$ .

2.3 Qual é o intervalo de valores do domínio onde a função  $f$  é não positiva?

2.4 Indique os máximo(s) relativo(s) e absoluto(s) da função  $f$ , caso existam.

2.5 Indique os intervalos onde a função  $f$  é crescente e decrescente.

2.6 Indique, justificando, o valor lógico das seguintes afirmações:

2.6.1.  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$  não existe.

2.6.2.  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  existe e é igual a  $f(1)$ .

### GRUPO III

1. Num referencial o.n.  $xOy$ , considere o ponto  $A = (1, -3)$  e a reta  $r$  definida por  $y + 2x = 0$ .
  - 1.1 Indique, justificando, um ponto e um vetor diretor de  $r$ .
  - 1.2 Escreva a equação reduzida da reta que contém o ponto  $A$  e é paralela ao eixo  $x$ .
  - 1.3 Determine a amplitude angular e o ponto de interseção entre o eixo  $y$  e a reta  $r$ .
  - 1.4 Represente num referencial a região do plano definida pelas condições:  $y < 2 \wedge 0 \leq y < 2x + 1 \wedge x \leq 1$ .
  
2. Considere, num referencial o.n.  $Oxyz$  do espaço, os pontos  $A = (1, -1, 2)$  e  $B = (2, -3, 4)$ .
  - 2.1 Indique todos os vetores paralelos ao eixo  $x$ .
  - 2.2 Escreva a equação do plano que passa pelo ponto  $A$  e é paralelo ao plano  $yOz$ .
  - 2.3 Determine a distância entre os pontos  $A$  e  $B$  e diga, justificando, se esta distância é a mesma que a distância do ponto  $B$  ao plano da alínea 2.2.

### GRUPO IV – Responda apenas a uma das questões A ou B

- A. Considere as sucessões definidas por  $u_n = 3 - n^2$  e  $v_n = 3 - 4n$ .
  - A.1 Mostre que  $(u_n)$  é decrescente e indique o conjunto dos majorantes do contradomínio da sucessão.
  - A.2 As sucessões têm algum termo comum? Justifique.
  - A.3 Mostre que  $(v_n)$  é uma progressão aritmética.
  - A.4 Calcule a soma dos treze primeiros termos de  $(v_n)$ .
  - A.5 A sucessão  $(a_n)$ , onde  $a_n = \frac{v_n}{u_n}$ , é limitada? Justifique a sua resposta.
  - A.6 Mostre que a sucessão  $(b_n)$  definida por  $b_n = \frac{1}{u_1 v_n}$  é uma progressão geométrica e indique a sua razão.

B. Considere  $f$  e  $g$  duas funções reais de variável real definidas por:

$$f(x) = \frac{3}{1+\cos(2x)} \quad \text{e} \quad g(x) = 1 - \sqrt{3} \tan\left(x + \frac{\pi}{6}\right).$$

B.1 Determine o domínio de  $f$ .

B.2 Determine uma expressão geral dos zeros de  $g$ .

B.3 Indique, justificando, todos os minimizantes de  $g$ .

B.4 Sabendo que  $\tan a = -\frac{4}{3} \wedge a \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ , calcule o valor exato de  $f\left(\frac{a}{2}\right)$ .

**RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS:**

|                      | $\theta = \frac{\pi}{6}$ | $\theta = \frac{\pi}{4}$ | $\theta = \frac{\pi}{3}$ |
|----------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| $\text{sen } \theta$ | $\frac{1}{2}$            | $\frac{\sqrt{2}}{2}$     | $\frac{\sqrt{3}}{2}$     |
| $\text{cos } \theta$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$     | $\frac{\sqrt{2}}{2}$     | $\frac{1}{2}$            |
| $\text{tg } \theta$  | $\frac{\sqrt{3}}{3}$     | 1                        | $\sqrt{3}$               |

**FIM**