

MATRIZ - 2024

MATEMÁTICA

PROVA DE AVALIAÇÃO DE CONHECIMENTOS

O presente documento divulga informação relativa à parte específica de matemática da prova de avaliação de conhecimentos e competências (doravante designada simplesmente Prova), prevista para os titulares de cursos de dupla certificação de nível secundário e cursos artísticos especializados para efeito de candidatura ao concurso especial previsto na alínea e) do n.º 2 do artigo 3.º do Decreto-Lei n.º 113/2014, de 16 de junho a realizar em 2024, nomeadamente:

- Objeto de avaliação
- Caracterização da Prova
- Material
- Duração
- Programa
- Critérios gerais de classificação da Prova

OBJETO DE AVALIAÇÃO

A Prova tem por referência o Programa para os cursos de dupla titulação de nível secundário e cursos artísticos especializados em que a carga horária da disciplina é de 200 horas.

A Prova permite avaliar a aprendizagem passível de avaliação numa prova escrita de duração limitada, incidindo nos módulos seguintes:

- A2 – Funções polinomiais
- B1 – Funções periódicas e não periódicas
- A3 – Estatística
- A7 – Probabilidade
- A6 – Taxa de variação
- A9 – Funções de crescimento
- A10 – Otimização

CARACTERIZAÇÃO DA PROVA

A Prova é constituída unicamente por itens de escolha múltipla.

Os itens podem ter como suporte textos, tabelas, figuras ou gráficos.

Cada item pode envolver a mobilização de conteúdos relativos a mais do que um dos módulos.

A Prova inclui o formulário anexo a este documento.

A Prova é cotada para 100 pontos.

MATERIAL

As respostas são registadas em folha própria, fornecida pela instituição onde é realizada a Prova (modelo oficial).

Como material de escrita, apenas pode ser usada caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta. Não é permitido o uso de corretor.

O examinando pode ser portador de uma calculadora científica.

DURAÇÃO

A Prova foi construída para ser resolvida em 60 minutos (para um total de 120 minutos + 30 minutos de tolerância onde se inclui, também, a parte geral de português).

As respostas da parte específica de matemática e da parte geral de português terão de estar em folhas separadas.

PROGRAMA

Temas	Objetivos	Pontos
1. Funções. 1.1. Generalidades. 1.2. Gráficos. 1.3. Funções polinomiais (afim, quadrática e cúbica). 1.4. Funções racionais. 1.5. Funções trigonométricas. 1.6. Funções de crescimento (exponencial, logarítmica e logística). 1.7. Aplicação das funções na modelação de problemas reais.	<ul style="list-style-type: none"> • Elaborar, analisar e descrever modelos para fenómenos reais utilizando diversos tipos de funções. • Fazer o estudo gráfico, numérico e analítico de funções descrevendo e interpretando no contexto da situação. • Analisar os efeitos das mudanças de parâmetros nos gráficos de funções. • Usar métodos gráficos para resolver condições cuja resolução com métodos algébricos não esteja ao alcance dos estudantes. 	70 pontos
2. Otimização. 2.1. Taxa de variação média num intervalo. 2.2. Taxa de variação num ponto. 2.3. Aplicação da derivada no estudo da monotonia e de extremos de funções. 2.4. Problemas de otimização.	<ul style="list-style-type: none"> • Relacionar os efeitos de mudanças de parâmetros nos gráficos de funções e nas respetivas taxas de variação. • Reconhecer numérica e graficamente a relação entre o sinal da taxa de variação e a monotonia de uma função. • Reconhecer a relação entre os zeros da taxa de variação e os extremos de uma função. • Resolver problemas de aplicações envolvendo a determinação de extremos de funções. 	
3. Estatística e probabilidade. 3.1. Operações com acontecimentos. 3.2. Acontecimentos independentes. 3.3. Probabilidade. Probabilidade condicionada. 3.4. Distribuição de probabilidade. 3.5. Medidas de localização e dispersão.	<ul style="list-style-type: none"> • Ler e interpretar tabelas e gráficos à luz de situações a que dizem respeito. • Identificação de acontecimentos e acontecimentos independentes. • Conhecimento das propriedades da probabilidade e da probabilidade condicionada e sua utilização no cálculo da probabilidade de acontecimentos. • Aplicação das propriedades básicas de uma função massa de probabilidade. • Interpretação e cálculo de medidas de localização e dispersão. 	30 pontos

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO DA PROVA

1. Os itens de escolha múltipla serão classificados se as respostas não apresentarem qualquer dúvida quanto à opção/seleção assinalada, podendo a transcrição do texto ser considerada para a identificação da opção/seleção assinalada.
2. Serão classificadas com zero pontos as respostas em que é assinalada uma opção incorreta ou mais do que uma opção.
3. Não havendo lugar a classificações intermédias, a classificação de cada item será a que corresponde à totalidade dos pontos atribuídos ou será de zero pontos.

NOTAS:

A informação sobre a construção da matriz da prova, bem como dos critérios gerais de classificação foram recolhidas/adaptados do IAVE.

ANEXO

Formulário

Probabilidades

X é uma variável aleatória discreta, de valores x_i com probabilidades p_i

- Média de X
$$\mu = p_1x_1 + p_1x_2 + \dots + p_nx_n$$
- Desvio-padrão de X
$$\sigma = \sqrt{p_1(x_1 - \mu)^2 + p_2(x_2 - \mu)^2 + \dots + p_n(x_n - \mu)^2}$$

Probabilidade condicionada de A sabendo que ocorreu B

- $$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Estatística

Sendo x_i valores observados e dimensão da amostra N

- Média
$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N}$$
- Variância
$$S^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2}{N-1}$$
- Desvio-padrão
$$s = \sqrt{S^2}$$

Derivadas

- $$tmv_{[a,b]} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$
- $$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$
- $$(u + v)' = u' + v'$$
- $$(u \times v)' = u' \times v + u \times v'$$

- $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \times v - u \times v'}{v^2}$
- $(u^n)' = n \times u^{n-1} \times u' \quad (n \in \mathbb{R})$
- $(\operatorname{sen} u)' = u' \times \cos u$
- $(\operatorname{cos} u)' = -u' \times \operatorname{sen} u$
- $(\operatorname{tg} u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$
- $(e^u)' = u' \times e^u$
- $(a^u)' = u' \times a^u \times \ln a \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$
- $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$
- $(\log_a u)' = \frac{u'}{u \times \ln a} \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$

Modelos de funções de crescimento

Um modelo de crescimento exponencial é definido por uma função do tipo

- $f(x) = a \times b^x, b > 1$

Um modelo de decrescimento exponencial é definido por uma função do tipo

- $f(x) = a \times b^x, 0 < b < 1$

O modelo logístico é uma função do tipo

- $f(x) = \frac{c}{1 + a \times e^{-bx}}, a, b, c \in \mathbb{R}^+$

Regras operatórias das potências e dos logaritmos

Sejam $a \neq 0$ e $b \neq 0$:

- $a^n \times a^m = a^{n+m}$
- $a^n \times b^n = (a \times b)^n$
- $a^n : a^m = a^{n-m}$
- $a^n : b^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
- $(a^n)^m = a^{n \times m}$
- $a^0 = 1$

- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$, $a \in \mathbb{R}^+$, $m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$

Sejam $p \in \mathbb{R}$, $x, y \in \mathbb{R}^+$ e $a, b \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$:

- $\log_a x = y \Leftrightarrow a^y = x$
- $\log_a(x \times y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^p = p \times \log_a x$
- $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$

Trigonometria

- Fórmula fundamental da trigonometria: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
- $1 + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 x} = \frac{1}{\sin^2 x}$
- $1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$
- $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$
- $\sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + 2k\pi \vee x = \pi - \alpha + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- $\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow x = \pm \alpha + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Álgebra

- $ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, a \neq 0$