Instituto Politécnico de Viana do Castelo
Escola Superior de Tecnologia e Gestão

AVALIAÇÃO DA CAPACIDADE PARA A FREQUÊNCIA DE CURSO SUPERIOR - 1º CICLO DE ESTUDOS

PROVA ESPECÍFICA DE CONHECIMENTOS E COMPETÊNCIAS: CULTURA MATEMÁTICA

ESTG – IPVC

Duração da Prova: 1h45. Tolerância: 15 minutos

16 de abril de 2021 5 páginas

INSTRUÇÕES

Identifique com o seu nome e número do Cartão do Cidadão todas as folhas de resposta.

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta, exceto nas respostas que impliquem construções, desenhos ou outras representações, que podem ser primeiramente feitos a lápis e a seguir passados a tinta.

É permitido o uso de régua e de calculadora elementar (não alfanumérica e não programável).

Não é permitido o uso de corretor. Deve riscar aquilo que pretende que não seja classificado. Para cada resposta, identifique o grupo e o item.

Em todas as respostas, indique todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Apresente as suas respostas de forma legível.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

A prova é constituída por 4 grupos cada um com uma cotação de 5 valores. No grupo 4 tem duas questões opcionais (A ou B). Assinale de forma clara qual a questão escolhida.

GRUPO I

1. Numa empresa foi realizado o levantamento do número de formações numa área específica que os 3000 trabalhadores realizaram ao longo dos anos de trabalho nessa empresa. Este levantamento foi posteriormente separado no género do trabalhador, tendo sido obtidos os resultados apresentados na Tabela 1.

		N.º de formações				
		1	2	3	4	5
Género	Masculino	302	234	50	169	245
	Feminino	410	240	345	567	438

Tabela 1: Distribuição do n.º de formações de acordo com o género do trabalhador.

Apresente todos os resultados com três casas decimais.

1.1 Represente a distribuição da variável "Género" através de um gráfico circular.

1.2 Considerando a distribuição da variável "N.º de formações":

1.2.1. Indique a moda da distribuição em relação a todos os trabalhadores da empresa.

1.2.2. Calcule a média e o desvio padrão do número de formações das mulheres.

1.2.3. Que percentagem de homens têm mais de três formações? Justifique.

1.2.4. Determine o valor mediano da distribuição em relação ao total dos trabalhadores. Como interpreta este resultado no contexto apresentado.

1.3 Suponhamos que se selecionou ao acaso um trabalhador. Qual a probabilidade de:

1.3.1. não ter menos de duas formações.

1.3.2. de ter quatro formações, sabendo que é mulher.

GRUPO II

1. Um tanque tem atualmente 500 g de um produto A. Ao serem introduzidas x g de um produto B no tanque, a proporção, $P(x)$, da quantidade do produto B, relativamente à quantidade total dos dois produtos que passam a existir no tanque, é tal que:

$$P(x) = \frac{x}{500 + x} \ .$$

1.1 Determine os zeros da função $P(x) - 1$. Interprete o resultado obtido no contexto da situação descrita.

1.2 Indique o domínio o contradomínio da função $P(x)$, no contexto do problema.

1.3 Pretende-se que a percentagem do produto B, relativamente à quantidade total dos dois produtos, seja inferior a 35%. Qual é a quantidade máxima do produto B que se pode introduzir no tanque?

2. Considere as funções f e g, e os pontos de interseção das duas funções $A = (-0.85, -1.57)$ e $B = (2.35, -3.18)$ representados na Figura 1.

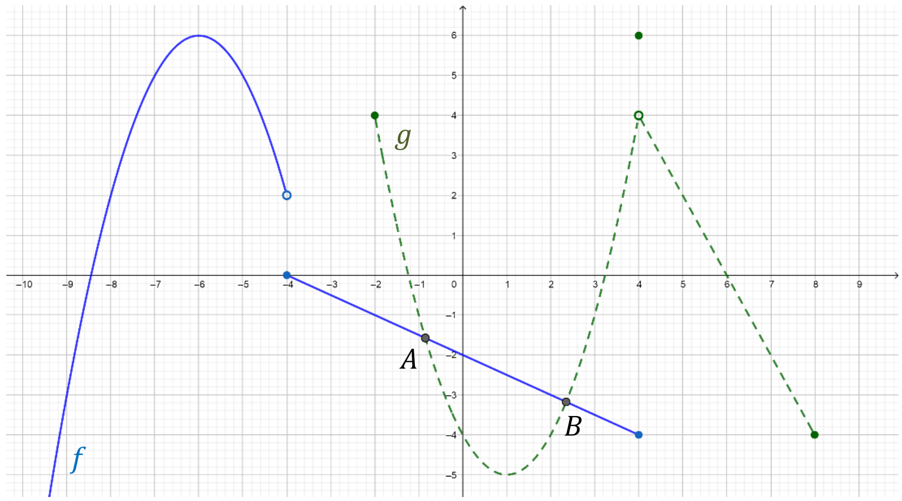

Figura 1: Representação gráfica das funções f e g.

2.1 Explique porque é que as representações gráficas das duas funções f e g não podem ser a representação gráfica de uma só função.

2.2 Determine a expressão analítica que representa a função f no intervalo $[-4,4]$.

2.3 Determine o domínio da função f e o contradomínio da função g.

2.4 Indique os maximizante(s) da função f e o(s) mínimo(s) absoluto(s) da função g.

2.5 Indique os intervalos onde a função g é estritamente crescente e estritamente decrescente.

2.6 Indique, caso existe, o valor dos seguintes limites: $\lim_{x \to -4} f(x)$ e $\lim_{x \to 4} g(x)$. Caso algum não exista, explique porquê.

2.7 Indique o conjunto de valores de x para os quais se verifica a condição $f(x) > g(x)$.

GRUPO III

1. Considere o referencial o.n. xOy, e a representação geométrica apresentada na Figura 2.

1.1 Represente a reta r da figura pela equação reduzida.

1.2 Indique, justificando, as coordenadas do ponto M.

1.3 Determine o valor de k de modo que a reta de equação $kx + 2y - 2 = 0$ seja paralela ao segmento $[AB]$.

1.4 Represente o triângulo $[BMN]$ por condições.

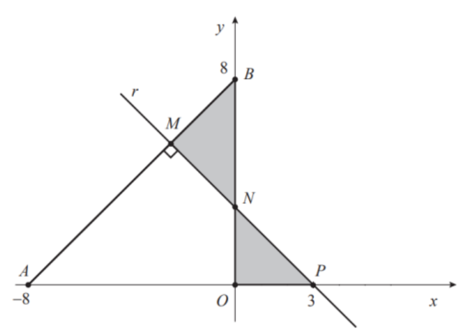

Figura 2: Representação geométrica no referencial o.n. xOy.

2. Considere o cubo de aresta 4 da Figura 3 representado no referencial o.n. $Oxyz$, onde a origem do referencial corresponde ao vértice B, a aresta $[BC]$ está sobre o eixo Oy e a aresta $[AB]$ está sobre o eixo Oz. O ponto D, cujas coordenadas são todas não negativas, pertence a uma das arestas do cubo (como mostra a figura) e $\overline{DC} = 3$.

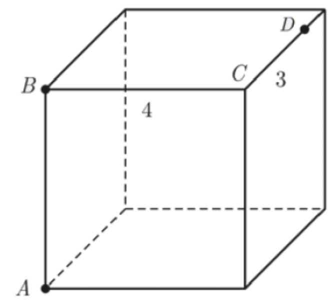

Figura 3: Cubo de aresta 4.

2.1 Determine o perímetro da secção produzida no cubo pelo plano ABD.

2.2 Escreva a equação do plano que passa no ponto D e é paralelo ao plano yOz.

GRUPO IV – Responda <u>apenas a uma</u> das questões A ou B

A. A Luísa pretende depositar num banco as suas economias num montante 10 000 euros e obter assim juros/ano sobre esse montante. Para o efeito dispõe de duas opções:

Opção A: Por cada ano de aplicação do capital, a Luísa recebe r euros de juros.

Opção B: Por cada ano de aplicação do capital, a Luísa recebe juros à taxa anual de 2.5%, a incidir sobre o capital total acumulado até à data.

Representando por n o número de anos decorridos, responda às seguintes questões:

A.1 Relativamente à opção **B**, designe por (b_n) a sucessão cujos termos são os valores do capital existente em cada ano. Sabendo que (b_n) é uma progressão geométrica, determine a razão e o seu termo geral.

A.2 A sucessão $(b_n),\ \forall n \in \mathbb{N}$, é limitada? Justifique a sua resposta.

A.3 Relativamente à opção **A**, designe por (a_n) a sucessão cujos termos são os valores do capital existente em cada ano. Sabendo que (a_n) é uma progressão aritmética e a soma dos cinco primeiros termos é 54 500 euros, determine os juros que a Luísa recebe por ano, isto é, o valor de r.

A.4 Se a Luísa pretender levantar todo o seu dinheiro ao final de 20 anos, qual é a melhor opção (**A** ou **B**) que a Luísa deve escolher para obter um maior lucro.

A.5 Estude a monotonia da sucessão (c_n) definida por $c_n = \frac{a_n - a_1 + 1800}{a_n - 9100}$.

B. Um hotel está equipado com painéis solares do mesmo tipo com comprimento $\overline{AB}$ igual a 5 m (Figura 4). O movimento de um elevador mantém a perpendicularidade dos raios solares em relação à superfície do painel, mas apenas durante a parte do dia em que a inclinação (θ) dos raios solares, em relação ao solo, varia de 30º a 70º (Figura 4). Neste movimento do elevador o ponto B do painel fica a uma altura h do solo (em metros) e desloca-se no quarto de circunferência ED, de centro em A (Figura 4). O ponto C acompanha o movimento do ponto B, deslocando-se ao longo de $[AD]$, de modo que $[BC] \perp [AC]$.

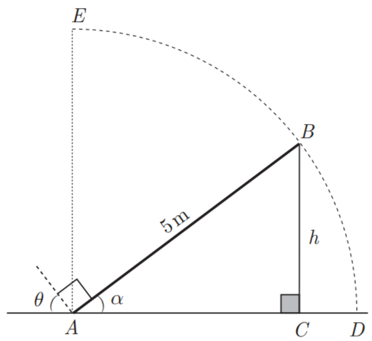

Figura 4: Representação geométrica do painel solar e do elevador.

B.1 Mostre que $h = 5\cos\theta$.

B.2 Determine os valores de α e θ, quando $h = 2.5$ m.

B.3 Verifique que $\operatorname{sen}\theta = \frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha}}$.

B.4 Indique o valor máximo da função $f(\alpha) = \sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha}$ e o respetivo maximizante, tendo em conta o contexto do problema. Justifique.

RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS:

	$\theta = \frac{\pi}{6}$	$\theta = \frac{\pi}{4}$	$\theta = \frac{\pi}{3}$
$sen\ \theta$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$cos\ \theta$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$tg\ \theta$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

FIM