INFORMAÇÃO-PROVA - 2020
MATEMÁTICA

PROVA DE AVALIAÇÃO DE CONHECIMENTOS

O presente documento divulga informação relativa à parte específica de matemática da Prova de avaliação de conhecimentos e competências (doravante designada simplesmente de Prova), prevista para os titulares de cursos de dupla certificação de nível secundário e cursos artísticos especializados para efeito de candidatura ao concurso especial previsto na alínea e) do n.º 2 do artigo 3.º do Decreto-Lei n.º 113/2014, de 16 de junho a realizar em 2020, nomeadamente:

- Objeto de avaliação
- Caracterização da Prova
- Material
- Duração

OBJETO DE AVALIAÇÃO

A Prova tem por referência o Programa para os cursos de dupla titulação de nível secundário e cursos artísticos especializados em que a carga horária da disciplina é de 200 horas.
A Prova permite avaliar a aprendizagem passível de avaliação numa prova escrita de duração limitada, incidindo nos módulos seguintes:

- A2 - Funções polinomiais
- B1 - Funções periódicas e não periódicas
- A3 – Estatística
- A7 – Probabilidade
- A6 - Taxa de variação
- A9 - Funções de crescimento
- A10 - Otimização

CARACTERIZAÇÃO DA PROVA

A Prova é constituída por itens de seleção e itens de construção.
Os itens podem ter como suporte um ou mais documentos, como textos, tabelas, figuras ou gráficos.
Cada item pode envolver a mobilização de conteúdos relativos a mais do que um dos módulos.
A Prova inclui o formulário anexo a este documento.
A Prova é cotada para 100 pontos.

MATERIAL

As respostas são registadas em folha própria, fornecida pela instituição onde é realizada a Prova (modelo oficial).
Como material de escrita, apenas pode ser usada caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta. Não é permitido o uso de corretor.
O examinando **deverá ser portador de uma calculadora científica, mas não gráfica**.

DURAÇÃO

A duração total da Prova, que engloba a componente da área geral de português e a componente da área específica de matemática, é de 120 minutos, a que acresce 30 minutos de tolerância. Cada componente foi construída para ser resolvida em 60 minutos, ficando, contudo, a gestão do tempo de resolução ao critério do candidato.

PROGRAMA

1. Funções.

1.1. Generalidades.
1.2. Gráficos.
1.3. Funções polinomiais (afim, quadrática e cúbica).
1.4. Funções racionais.
1.5. Funções trigonométricas.
1.6. Funções de crescimento (exponencial, logarítmica e logística).
1.7. Aplicação das funções na modelação de problemas reais.

2. Otimização.

2.1. Taxa de variação média num intervalo.
2.2. Taxa de variação num ponto.
2.3. Aplicação da derivada no estudo da monotonia e de extremos de funções.
2.4. Problemas de otimização.

3. Estatística e probabilidade.

3.1. Operações com acontecimentos.
3.2. Acontecimentos independentes.
3.3. Probabilidade. Probabilidade condicionada.
3.4. Distribuição de probabilidade.
3.5. Medidas de localização e de dispersão.

ANEXO

Formulário

Probabilidades

X é uma variável aleatória discreta, de valores x_i com probabilidades p_i

- Média de X
  $\mu = p_1x_1 + p_1x_2 + \cdots + p_nx_n$
- Desvio padrão de X
  $\sigma = \sqrt{p_1(x_1-\mu)^2 + p_2(x_2-\mu)^2 + \cdots + p_n(x_n-\mu)^2}$

Probabilidade condicionada de A sabendo que ocorreu B

- $P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$

Estatística

Sendo x_i valores observados e dimensão da amostra N

- Média
  $\bar{x} = \frac{x_1+x_2+\cdots+x_N}{N}$
- Variância
  $s^2 = \frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_N-\bar{x})^2}{N-1}$
- Desvio-padrão
  $s = \sqrt{s^2}$

Derivadas

- $tmv_{[a,b]} = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$
- $f'(a) = \lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$
- $(u+v)' = u' + v'$
- $(u\times v)' = u'\times v + u\times v'$
- $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'\times v - u\times v'}{v^2}$
- $(u^n)' = n\times u^{n-1}\times u' \quad (n\in\mathbb{R})$
- $(sen\ u)' = u'\times cos\ u$

- $(cos\ u)' = -u' \times sen\ u$
- $(tg\ u)' = \frac{u'}{cos^2 u}$
- $(e^u)' = u' \times e^u$
- $(a^u)' = u' \times a^u \times ln\ a\ \ (a \in \mathbb{R}^+ \backslash \{1\})$
- $(ln\ u)' = \frac{u'}{u}$
- $(log_a u)' = \frac{u'}{u \times ln\ a}\ \ (a \in \mathbb{R}^+ \backslash \{1\})$

Modelos de funções de crescimento

Um modelo de crescimento exponencial é definido por uma função do tipo

- $f(x) = a \times b^x, b > 1$

Um modelo de decrescimento exponencial é definido por uma função do tipo

- $f(x) = a \times b^x, 0 < b < 1$

O modelo logístico é uma função do tipo

- $f(x) = \frac{c}{1+a \times e^{-bx}}, a, b, c \in \mathbb{R}^+$

Regras operatórias das potências e dos logaritmos

Sejam $a \neq 0$ e $b \neq 0$:

- $a^n \times a^m = a^{n+m}$
- $a^n \times b^n = (a \times b)^n$
- $a^n : a^m = a^{n-m}$
- $a^n : b^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
- $(a^n)^m = a^{n \times m}$
- $a^0 = 1$
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m},\ a \in \mathbb{R}^+, m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}$

Sejam $p \in \mathbb{R}, x, y \in \mathbb{R}^+ \; e \; a, b \in \mathbb{R}^+ \backslash \{1\}$:

- $\log_a x = y \Leftrightarrow a^y = x$
- $\log_a (x \times y) = \log_a x + \log_b y$
- $\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_b y$
- $\log_a x^p = p \times \log_a x$
- $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$

Trigonometria

- Fórmula fundamental da trigonometria: $\text{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$
- $1 + \frac{1}{tg^2 x} = \frac{1}{sen^2 x}$
- $1 + tg^2 x = \frac{1}{cos^2 x}$
- $tg\ x = \frac{sen\ x}{cos\ x}$
- $sen\ x = sen\ \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + 2k\pi \ \vee \ x = \pi - \alpha + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- $cos\ x = cos\ \alpha \Leftrightarrow x = \pm\alpha + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- $tg\ x = tg\ \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Álgebra

- $ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, a \neq 0$